Universidad Simón Bolívar
Valor: 35 puntos

Puntuación:

Nombre y Apellidos: Juan V. Guerrero Teran
No. Carnet: ______________ Sección: ________

Primera parte: Selección simple. Para cada planteamiento seleccione *sólo una respuesta* marcando una equis en el espacio a la izquierda que le corresponda. No se requiere justificar las respuestas.
Valor: 3 puntos cada pregunta.

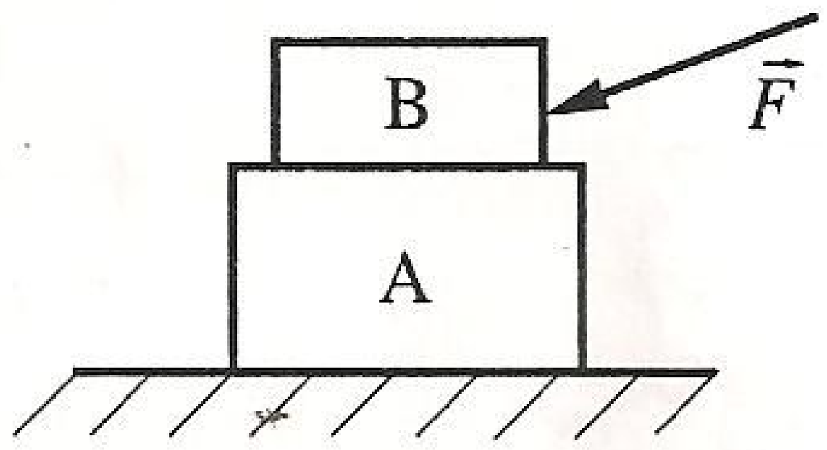
1. Una persona se encuentra de pie dentro de un ascensor. Cuando el ascensor baja aumentando su rapidez el módulo de la fuerza normal que la persona ejerce sobre el piso del ascensor tiene un valor N_1. Cuando sube disminuyendo su rapidez este módulo vale N_2. Cuando baja a velocidad constante vale N_3. El módulo del peso de la persona es

   v cte
   N_3
   mg

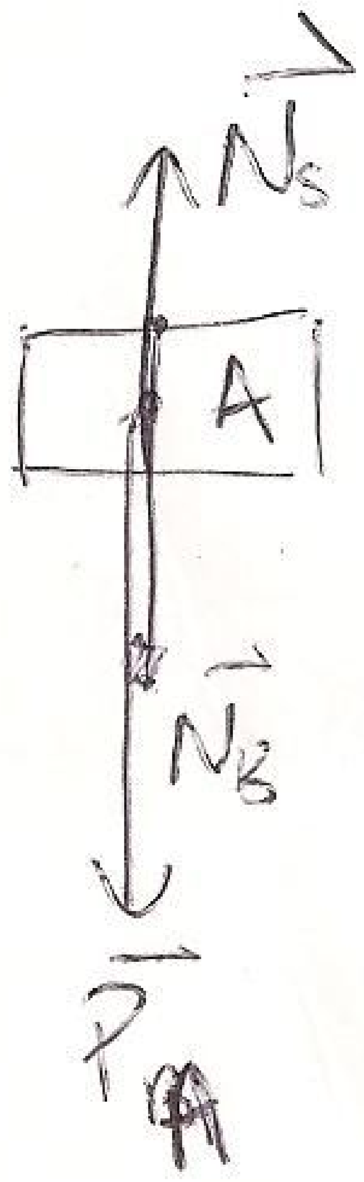
   ( ) N_1,
   ( ) N_2,
   (X) N_3,
   ( ) el promedio de los tres valores anteriores,
   ( ) no se puede determinar, es necesario que el ascensor esté en reposo.

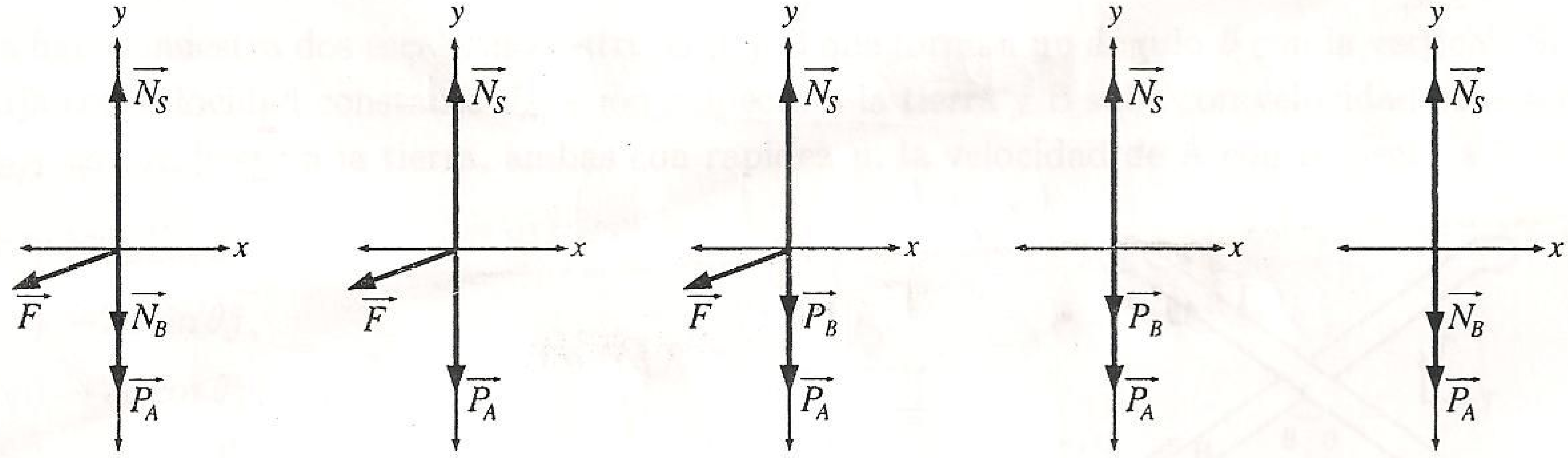
   $N_3 - mg = 0$
   $\boxed{N_3 = mg}$

2. Como se muestra en la figura, el bloque B está sobre el bloque A y se aplica una fuerza $\vec{F}$. No hay fricción en ninguna superficie. Escoja el diagrama que mejor represente las fuerzas que actúan sobre el bloque A.



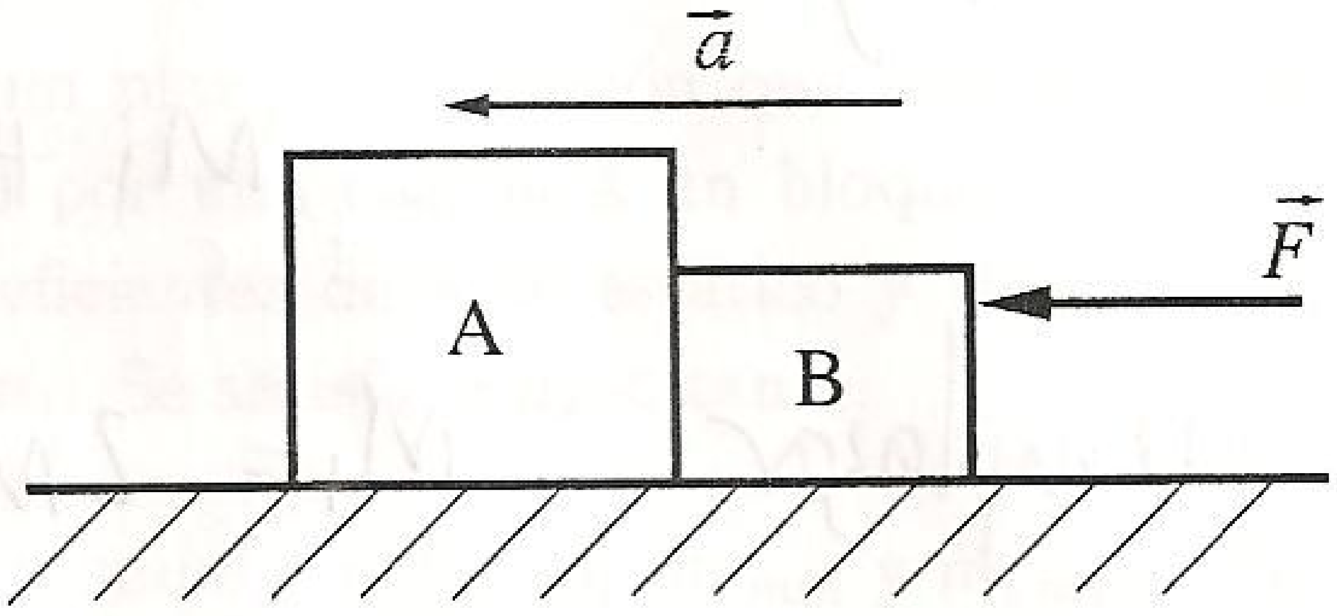
$\vec{N}_S$: Normal ejercida por el suelo	$\vec{P}_A$: Peso de A
$\vec{N}_B$: Normal ejercida por B	$\vec{P}_B$: Peso de B





( ) ( ) ( ) ( ) (X)

3. En la figura se muestran dos bloques colocados sobre una superficie horizontal sin fricción. Se aplica una fuerza horizontal $\vec{F}$ y los dos bloques se mueven hacia la izquierda, sin perder el contacto entre ellos, con una aceleración $\vec{a}$. La fuerza que A ejerce sobre B es



( ) $-\vec{F}$,
( ) $-\vec{F} - m_B\vec{a}$,
( ) $-\vec{F} - m_A\vec{a}$,
( ) $+m_A\vec{a}$,
(X) $-m_A\vec{a}$.

$\vec{F}_{AB} + \vec{F} = m_B \vec{a}$

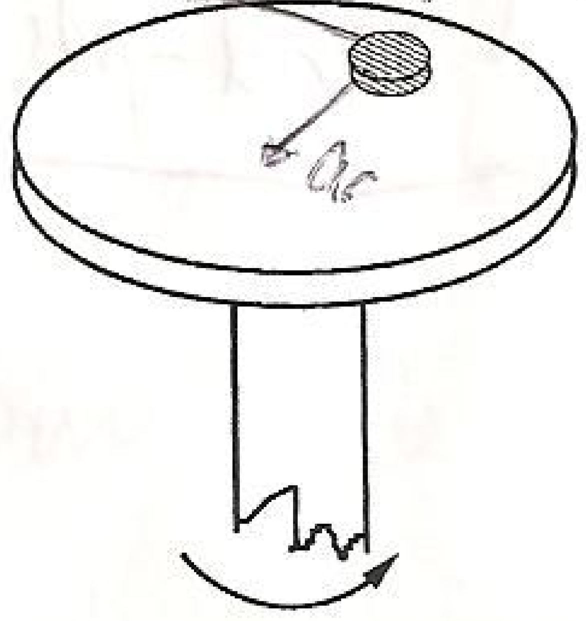
$\vec{F} = (M_A + M_B)\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{F}_{AB} + M_A\vec{a} + \cancel{M_B\vec{a}} = \cancel{M_B\vec{a}}$

$\vec{F}_{AB} = -M_A\vec{a}$

4. Una pastilla está colocada sobre una mesa horizontal giratoria. La mesa gira sobre su eje con aceleración angular distinta de cero y se observa que la pastilla no desliza sobre la mesa. Acerca de las componentes de la fuerza de roce estática sobre la pastilla podemos afirmar que

$\alpha \neq 0$



( ) sólo tiene una: radial positiva,
( ) sólo tiene una: radial negativa,
( ) sólo tiene una: tangencial,
( ) tiene dos: una radial positiva y una tangencial,
(X) tiene dos: una radial negativa y una tangencial.

5. Se lanza una caja con una rapidez inicial v_0 a lo largo de una superficie horizontal con fricción. Luego de haber recorrido una distancia L la caja se detiene. El coeficiente de roce cinético entre la superficie y la caja es

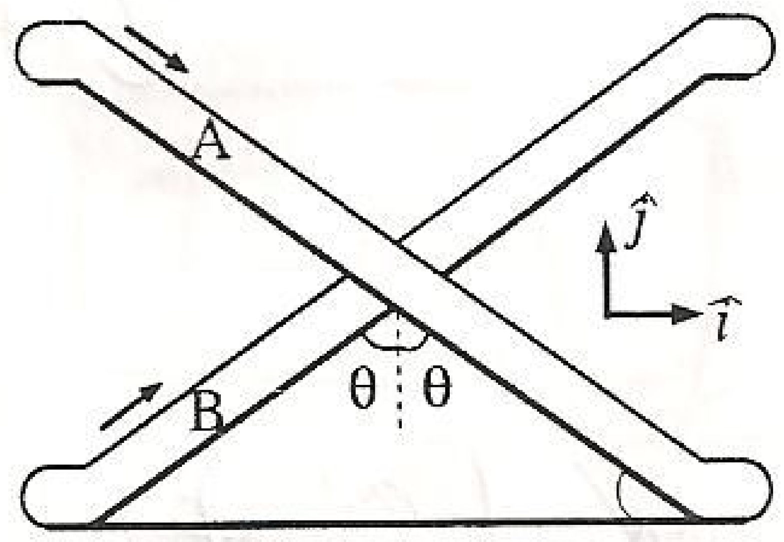
(X) $+v_0^2/2gL$,
( ) $-v_0^2/2gL$,
( ) $+v_0^2/gL$,
( ) $-v_0^2/gL$,
( ) $+3v_0^2/2gL$,

$-f_r = ma \; ; \; -\mu \cancel{m} g = \cancel{m} a \; ; \; v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$

$a = -v_0^2/2L$

$\mu = \dfrac{v_0^2}{2Lg}$

6. La figura muestra dos escaleras eléctricas A y B que forman un ángulo θ con la vertical. Si A baja con velocidad constante $\vec{v}_{A/T}$ con respecto a la tierra y B sube con velocidad constante $\vec{v}_{B/T}$ con respecto a la tierra, ambas con rapidez u, la velocidad de A con respecto a B es



( ) $+2u\cos\theta\hat{\imath}$,
( ) $-2u\sin\theta\hat{\jmath}$,
( ) $-2u\cos\theta\hat{\jmath}$,
( ) $+2u\sin\theta\hat{\imath}$,
( ) ninguna de las anteriores.

$$T = m_2 g + m_2 a = m_2(g+a)$$

$$T = m_2\left(g + \frac{m_1 g(\operatorname{Sen}\alpha - \mu_k g \operatorname{Cos}\alpha) - m_2 g}{m_1 + m_2}\right)$$

falta reemplazar $m_1 = 2m_{1\,max} = \dfrac{2m_2}{\operatorname{Sen}\alpha - \mu_s \operatorname{Cos}\alpha}$

$$a = \frac{\left(\dfrac{2m_2}{\operatorname{Sen}\alpha - \mu_s\operatorname{Cos}\alpha}\right) g(\operatorname{Sen}\alpha - \mu_k g \operatorname{Cos}\alpha) - m_2 g}{\dfrac{2m_2}{\operatorname{Sen}\alpha - \mu_s\operatorname{Cos}\alpha} + m_2}$$

$$= \frac{\cancel{m_2} g\left[\dfrac{2(\operatorname{Sen}\alpha - \mu_k \operatorname{Cos}\alpha)}{\operatorname{Sen}\alpha - \mu_s \operatorname{Cos}\alpha} - 1\right]}{\cancel{m_2}\left[\dfrac{2}{\operatorname{Sen}\alpha - \mu_s\operatorname{Cos}\alpha} + \cancel{m_2}\right]}$$

$$= g\left(\frac{2\operatorname{Sen}\alpha - \mu_k \operatorname{Cos}\alpha - \operatorname{Sen}\alpha + \mu_s\operatorname{Cos}\alpha}{2 + \operatorname{Sen}\alpha - \mu_s\operatorname{Cos}\alpha}\right) = \left(\frac{\operatorname{Sen}\alpha + \mu_s\operatorname{Cos}\alpha - \mu_s\operatorname{Cos}\alpha}{2 + \operatorname{Sen}\alpha - \mu_s\operatorname{Cos}\alpha}\right)g$$

$$T = m_2\left(g + \left(\frac{\operatorname{Sen}\alpha + \mu_s\operatorname{Cos}\alpha - \mu_s\operatorname{Cos}\alpha}{2 + \operatorname{Sen}\alpha - \mu_s\operatorname{Cos}\alpha}\right)\right)$$

Segunda parte: Desarrollo. Resuelva los problemas planteados de forma organizada, clara y concisa.

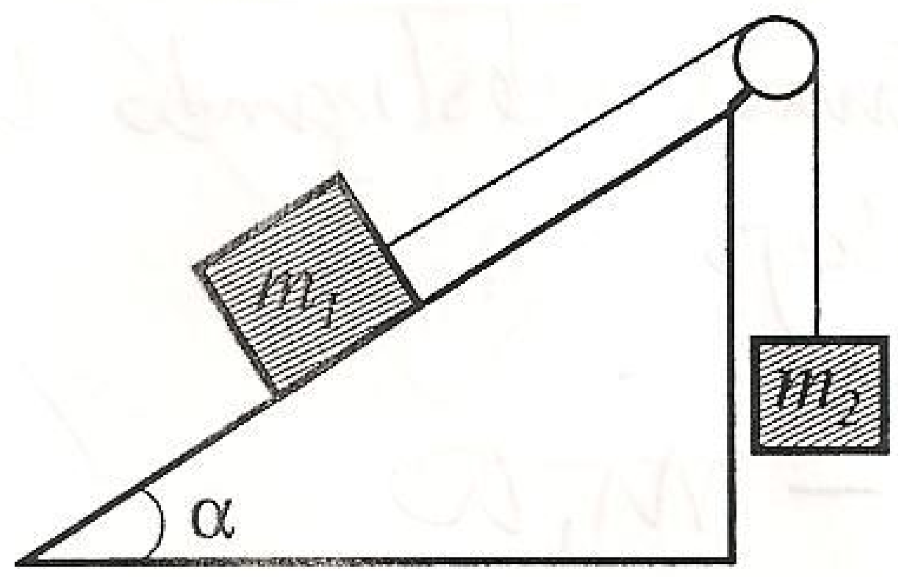
1. (Valor total: 8 ptos.)
   Un bloque de masa m_1 se encuentra sobre un plano con fricción que forma un ángulo α con la horizontal. El bloque m_1 está unido por una cuerda a un bloque m_2 suspendido verticalmente. Se conoce el valor de los coeficientes de roce estático y cinético, μ_s y μ_k respectivamente, entre el plano inclinado y m_1. Se satisface $\mu_s < \tan\alpha$.

   (a) Dado el valor de m_2, calcule los valores mínimo y máximo, $m_{1\,min}$ y $m_{1\,max}$, que puede tener m_1 para mantener al sistema en reposo (4 ptos).

   (b) Si el valor de m_2 se mantiene y m_1 toma el valor $m_1 = 2m_{1\,max}$ determinar:

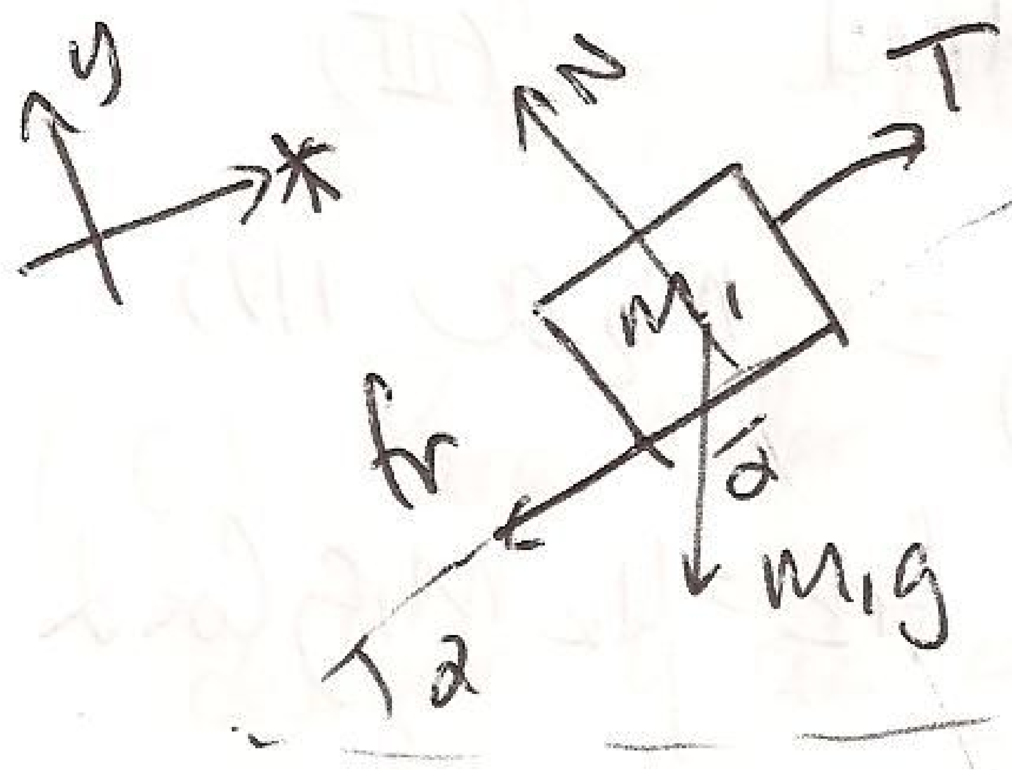
      i. la aceleración del bloque m_2 (2 ptos),

      ii. la tensión de la cuerda sobre m_1 (2 ptos).



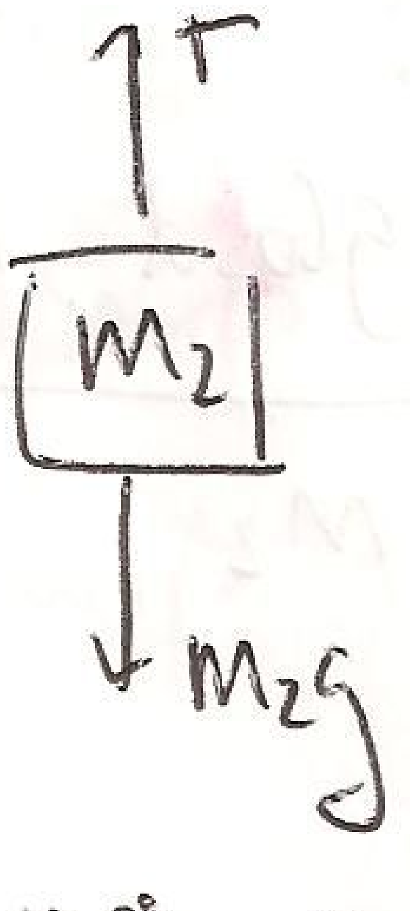
(a) Tenemos que considerar dos casos; cuando m_1 esta apunto de deslizar hacia abajo y cuando m_1 está apunto deslizar hacia arriba!!!

* Cuando está apunto de deslizar hacia arriba tengo que:



$$\left\{\begin{array}{l} N - m_1 g \cos\alpha = 0 \quad (I) \Rightarrow \boxed{N = m_1 g \cos\alpha} \\ T - fr - m_1 g \operatorname{Sen}\alpha = 0 \quad (II) \end{array}\right.$$

Además $fr = frs = \mu_s N$ (III) (estamos apunto de deslizar)



$$T - m_2 g = 0 \quad (II) \Rightarrow \boxed{T = m_2 g}$$

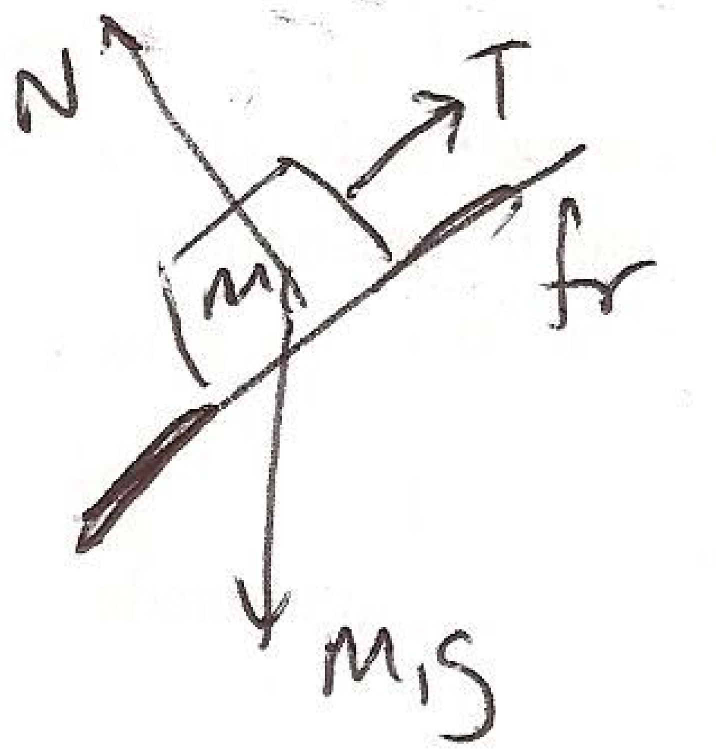
$$(II) \quad m_2 g - fr - m_1 g \operatorname{Sen}\alpha = 0 \Rightarrow \boxed{fr = m_2 g - m_1 g \operatorname{Sen}\alpha}$$

$$(III) \quad fr = \mu_s N \longrightarrow m_2 g - m_1 g \operatorname{Sen}\alpha = \mu_s m_1 g \cos\alpha$$

Así nos queda $m_{1\,mín} = m_2 / (\operatorname{Sen}\alpha + \mu_s \cos\alpha)$

$$m_{1\,min} = \frac{m_2}{\operatorname{sen}\alpha + \mu_s \cos\alpha}$$ → es mínima pues es el caso cuando m_1 esta apunto deslizar hacia arriba

(a) Cuando estoy apunto deslizar hacia abajo

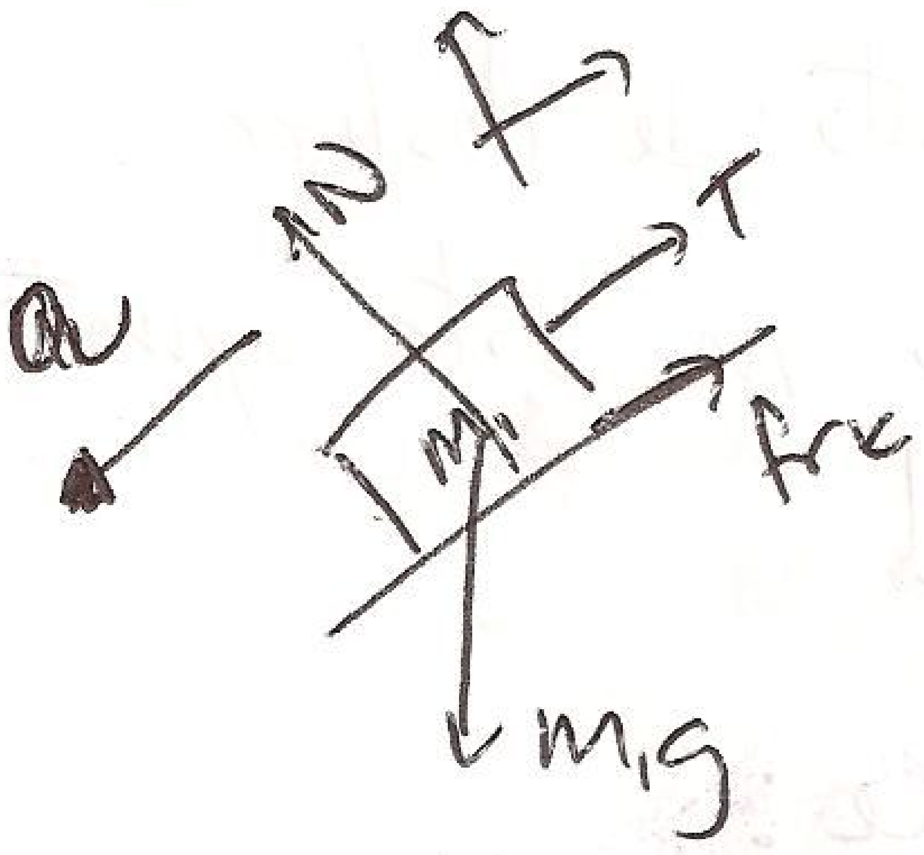


$$\begin{cases} N - m_1 g \cos\alpha = 0 \rightarrow N = m_1 g \cos\alpha \\ T + fr - m_1 g \operatorname{sen}\alpha = 0 \rightarrow \cancel{fr = m_1 g \operatorname{sen}\alpha - T} \quad fr = m_1 g \operatorname{sen}\alpha - T \\ fr = \mu_s N = \mu_s m_1 g \cos\alpha \end{cases}$$

$$T - m_2 g = 0 \rightarrow T = m_2 g$$

$$\rightarrow m_1 g \operatorname{sen}\alpha - m_2 g = \mu_s m_1 g \cos\alpha \rightarrow m_{1\,max} = \frac{m_2}{\operatorname{sen}\alpha - \mu_s \cos\alpha}$$

(b) $m_1 = 2 m_{1\,max} = \dfrac{2 m_2}{\operatorname{sen}\alpha - \mu_s \cos\alpha}$; estamos deslizando hacia abajo



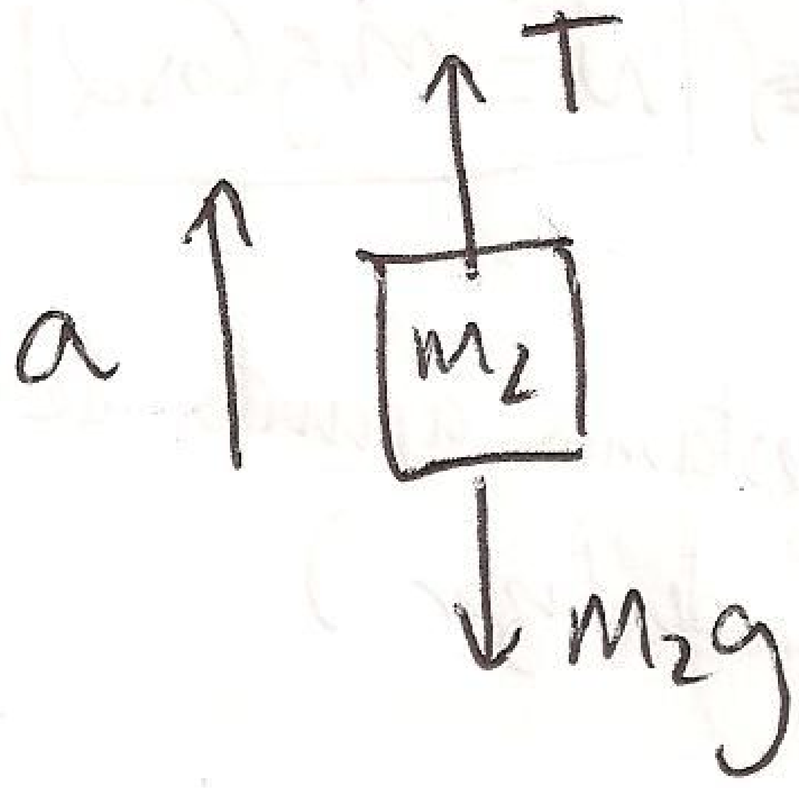
$$\cancel{T + fr_k - m_1 g \cos\alpha = -m_1 a}$$

$$\cancel{N - m_1}$$

$$\Sigma F_x: \quad T + fr_k - m_1 g \operatorname{sen}\alpha = -m_1 a \quad (I)$$

$$\Sigma F_y: \quad N - m_1 g \cos\alpha = 0 \quad (II)$$

$$fr_k = \mu_k N \quad (III)$$



$$T - m_2 g = m_2 a \quad (IV)$$

De (II) $N = m_1 g \cos\alpha \rightarrow fr_k = \mu_k m_1 g \cos\alpha$

(I) y (IV) $m_2 a + m_2 g + fr_k - m_1 g \operatorname{sen}\alpha = -m_1 a$

$$\rightarrow a = \frac{m_1 g \operatorname{sen}\alpha - fr_k - m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 g \operatorname{sen}\alpha - \mu_k m_1 g \cos\alpha - m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{m_1 g(\operatorname{sen}\alpha - \mu_k g \cos\alpha) - m_2 g}{m_2 + m_2}$$

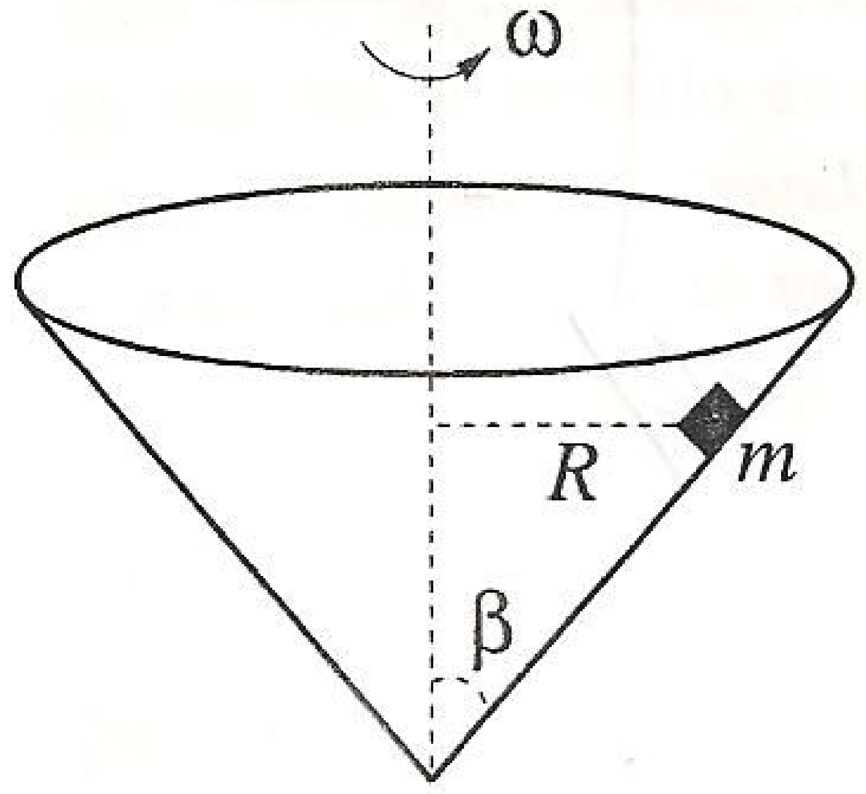
2. (Valor total: 9 ptos.)

Un bloque pequeño de masa m se coloca dentro de un cono invertido que gira en torno a su eje vertical con velocidad angular ω constante. El bloque gira solidario al cono. Las paredes del cono forman un ángulo β con la vertical. El coeficiente de fricción estática entre el bloque y el cono es μ_s. Si el bloque ha de mantenerse a una distancia R del eje de rotación,

(a) haga el diagrama de cuerpo libre del bloque y halle sus ecuaciones de movimiento en los ejes radial y vertical (3 ptos.).

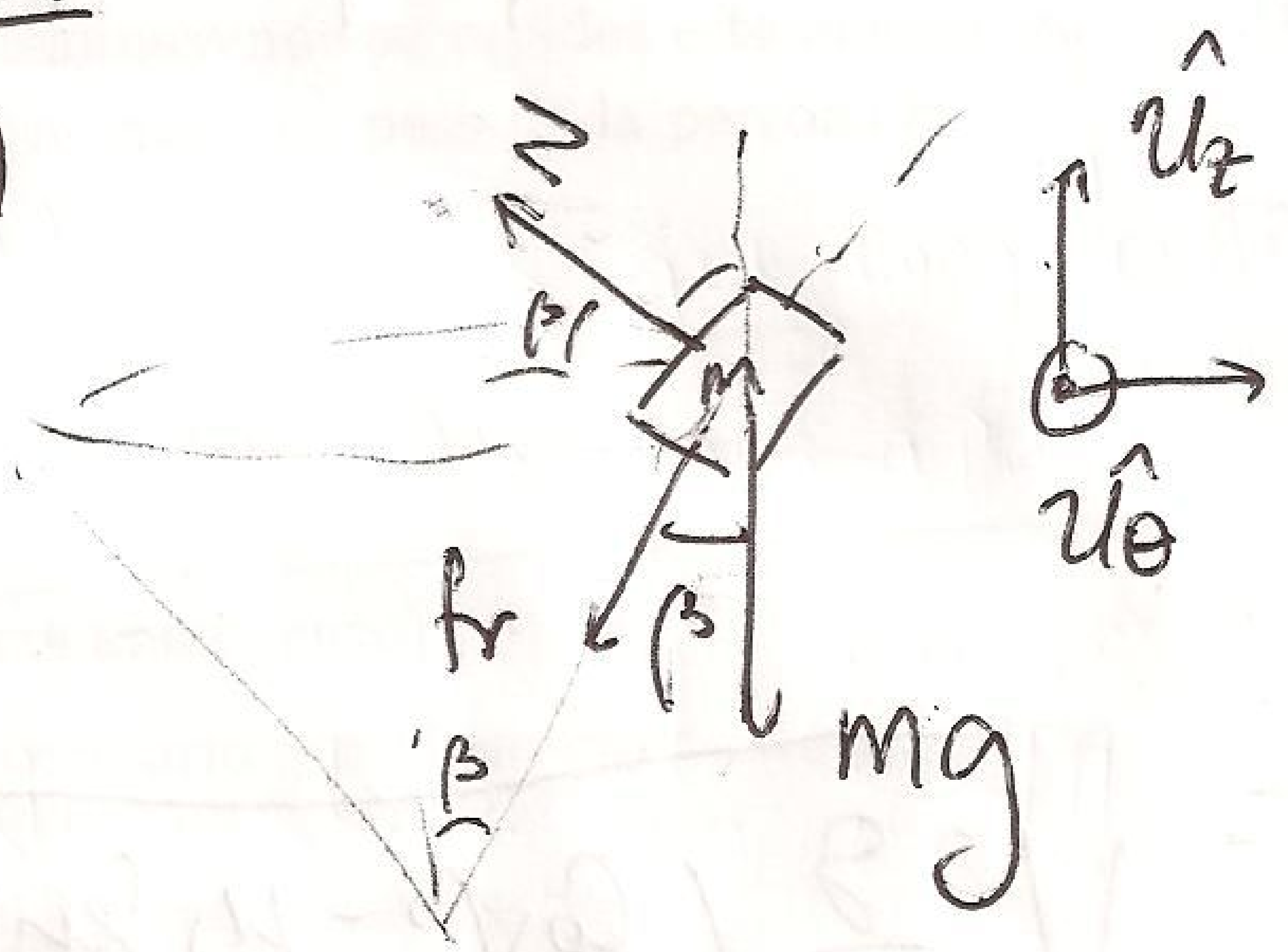
(b) Escriba las expresiones vectoriales de la velocidad y la aceleración del bloque en la base $\{\hat{u}_r\,,\,\hat{u}_\theta\}$ (2 ptos.). $\{\hat{u}_r, \hat{u}_\theta, \hat{u}_z\}$

(c) Calcule la velocidad angular máxima, ω_{max}, para que el bloque no deslice (4 ptos.).



Sol

(a)



(b) Σf_z : $N \operatorname{Sen}\beta - fr \operatorname{Cos}\beta - mg = 0$

Σf_r : $-N \operatorname{Cos}\beta - fr \operatorname{Sen}\beta = -mR\omega^2$

(c) Para hallar ω_{max}, estudio el caso cuando esta apunto de deslizar hacia arriba; ie fr va hacia abajo.

Ademas se cumple $fr = frs = \mu_s N$

$$\begin{cases} N \operatorname{Sen}\beta - fr \operatorname{Cos}\beta = mg \\ N \operatorname{Cos}\beta + fr \operatorname{Sen}\beta = mR\omega^2 \\ fr = \mu_s N \end{cases} \Rightarrow \{$$

$$N \operatorname{Sen}\beta - N\mu_s \operatorname{Cos}\beta = mg \Rightarrow N(\operatorname{Sen}\beta - \mu_s \operatorname{Cos}\beta) = mg$$

$$N \operatorname{Cos}\beta + N\mu_s \operatorname{Sen}\beta = mr\omega^2 \quad N(\operatorname{Cos}\beta + \mu_s \operatorname{Sen}\beta) = mr\omega^2$$

Divido ecs $\Rightarrow$ $$\frac{r\omega^2}{g} = \frac{\operatorname{Cos}\beta + \mu_s \operatorname{Sen}\beta}{\operatorname{Sen}\beta - \mu_s \operatorname{Cos}\beta}$$

$$\omega_{mas} = \sqrt{\left(\frac{g}{r}\right)\left(\frac{\operatorname{Cos}\beta + \mu_s \operatorname{Sen}\beta}{\operatorname{Sen}\beta - \mu_s \operatorname{Cos}\beta}\right)}$$

$$\omega_{min} = \sqrt{\frac{g}{r}\left(\frac{\operatorname{Cos}\beta - \mu_s \operatorname{Sen}\beta}{\operatorname{Sen}\beta + \mu_s \operatorname{Cos}\beta}\right)}$$